

## Wiskunde D Online 4 VWO Blok 2 – Grafen

### Oefentoets

#### Opgave 1: Wielgrafen (2+2+2=6 punten)

De wielgraaf  $W_k$  is een graaf in de vorm van een circuit van  $k$  punten ( $k > 1$ ) met daarbinnen een punt dat is verbonden met alle punten op het circuit.

- Leg uit dat de wielgraaf  $W_k$  een Hamiltongraaf is voor alle  $k > 2$ .
- Bepaal voor alle  $k > 1$  het chromatisch getal van  $W_k$ .
- Hoeveel ononderbroken pennenstreken zijn nodig om  $W_k$  te tekenen?

#### Opgave 2: Bomen en bos zien (4+4+4=12 punten)

We kennen de definitie van een *boom* als een samenhangende graaf zonder circuits. Laten we hier één voorwaarde uit weg, dan krijgen we de definitie van een *bos*: een *bos* is een graaf zonder circuits.

- Beredeneer dat een bos bestaat uit een of meerdere bomen.

Zij  $G$  een graaf met  $n$  punten en  $m$  lijnen (waarbij  $n$  en  $m$  positieve gehele getallen zijn). Stel dat  $G$  bovendien een bos is, bestaande uit  $k$  bomen (met  $k$  positief geheel).

- Bewijs dat  $k = n - m$ .

(Hint: voeg  $k - 1$  lijnen toe om van het bos één boom te maken.)

Een bos heeft dus blijkbaar altijd meer punten dan lijnen ( $n > m$ ).

- Is elke graaf met meer punten dan lijnen een bos?

#### Opgave 3: Vliegen (3 punten)

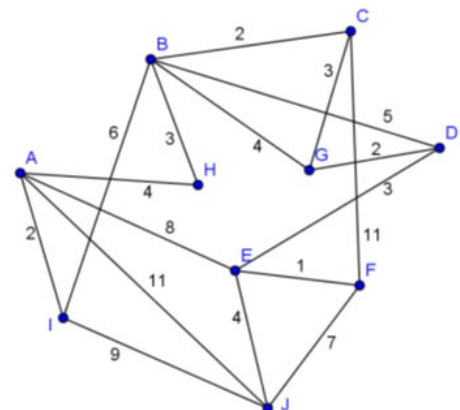
Een vliegmaatschappij beschikt over een vloot van 5 vliegtuigen, elk van een verschillend type, en heeft 6 piloten in dienst. Het vliegbrevet van de piloten maakt het hen mogelijk slechts in een beperkt aantal typen te vliegen, zoals hieronder aangegeven.

- piloot 1 Type 1 en 5
- piloot 2 Type 1, 2 en 4
- piloot 3 Type 5
- piloot 4 Type 3
- piloot 5 Type 3 en 5
- piloot 6 Type 5

Hoeveel vliegtuigen kan de maatschappij maximaal tegelijkertijd laten vliegen? Vertaal dit probleem eerst in een graaftheoretisch probleem)

#### Opgave 4: Opspannende boom (2+4=6 punten)

- Hoeveel lijnen moeten uit de nevenstaande boom weggelaten worden om een opspannende boom te krijgen? Licht toe!
- Bepaal een minimaal opspannende boom, met het algoritme van Prim of Kruskal. Geef je boom weer op de uitwerkbijlage. Geef je stappen weer.



Uitwerkbijlage bij opgave 4

