

# Wiskunde D Online Oefentoets

## 4VWO - Blok 6 Discrete Dynamische Modellen

### 1 Termen

De eerste term van een rekenkundige rij is 3. Het verschil tussen twee opeenvolgende termen is 61. Wat is de eerste term in de rij die groter is dan 751?

### 2 IJssalon

Een ijssalon in Italië verkoopt het lekkerste chocolade ijs ter wereld. De ijsmachine in de winkel kan elk uur slechts één nieuwe bak chocolade ijs maken. Omdat de eigenaar weet dat hij het elke dag heel druk heeft, zet hij de machine één uur voor openingstijd al aan. De ijssalon opent om 12:00 uur.

Elk uur wordt er 60% van het beginaantal bolletjes van dat uur verkocht en uit 1 bak ijs gaan 30 bolletjes.

Kan het ijs vóór 17:00 uur uitverkocht raken? Zo ja, tussen welke uren raakt de ijssalon uitverkocht? Zo nee, hoe veel bolletjes ijs heeft de eigenaar nog over als het 17:00 uur is?

### 3 Diepzeekwalletje

We bekijken een populatie diepzeekwalletjes. Een diepzeekwalletje wordt binnen een jaar volwassen en een volwassen diepzeekwalletje produceert elk jaar vier nakomelingen, waarvan 70% overleeft.

Zij  $v_n$  het aantal volwassen diepzeekwalletjes in het jaar  $n$  en  $j_n$  het aantal nakomelingen (jongen) van een diepzeekwalletje in het jaar  $n$ .

- Druk  $v_n$  uit in  $j_{n-1}$  en andersom ook  $j_n$  in  $v_{n-1}$ .
- In jaar 0 waren er 1500 volwassen diepzeekwalletjes en 4200 nakomelingen. Geef van beide rijen  $v_n$  en  $j_n$  de volgende vier termen.
- Bewijs dat de directe formules voor de rijen  $v_n$  en  $j_n$  met  $n$  een even getal, gelijk zijn aan  $v_n = (2,8)^{n/2} \cdot 1500$  en  $j_n = (2,8)^{n/2} \cdot 4200$ .
- Geef de directe formules voor de rijen  $v_n$  en  $j_n$  als  $n$  een oneven getal is.

## 4 Iteratiefunctie

Gegeven is de iteratiefunctie  $F(x) = 4 - \frac{5}{9}x$ .

De rij  $u_n$  wordt gegeven door  $F(u_n) = u_{n+1}$  waarbij  $u_0 = 25$ .

- (a) Bereken  $u_{16}$  in 2 decimalen nauwkeurig en beschrijf hoe je dit berekend hebt.

Een dekpunt van een functie is een getal  $x$  waarvoor geldt dat  $F(x) = x$ .

- (b) Bereken het dekpunt  $d$  van de rij  $u_n$  algebraïsch.

Voor een rij  $u_n$  gegeven door  $f(u_n) = u_{n+1}$ , waarbij de iteratiefunctie  $f$  lineair is (van de vorm  $f(x) = ax + b$ ), geldt dat  $|u_{n+1} - d| = |a| \cdot |u_n - d|$  met  $d$  het dekpunt.

- (c) Bereken  $|u_0 - d|$ ,  $|u_1 - d|$  en  $|u_2 - d|$ .  
(d) Bewijs dat  $|u_n - d| = \left(\frac{5}{9}\right)^n \cdot \frac{157}{7}$ .

## 5 Limieten

- (a) Bereken de limieten van  $\frac{\sqrt{n^3+100n}}{\sqrt{6n^3+50}}$  en  $\frac{3^n-2^n}{5^n+2}$  voor  $n$  gaat naar oneindig en laat je tussenstappen zien.

- (b) Laat zien dat voor  $|a| < 1$  dat  $\sum_{n=0}^{\infty} a^n = \frac{1}{1-a}$ .