Wiskunde D Online Oefentoets (antwoorden)

5VWO - Blok 10 Hypothese Toetsen

1 Spelletjesavond

(a) X kan de waarden 1 tot 26 aannemen en deze waarden vormen een rij losse punten op de getallenlijn. X is dus een discrete stochast.

(b) $\text{P}(X > 6) = 1 - \text{binomcdf}(26, \frac{1}{9}, 5) \approx 0,0204$.

(c)
- $\text{P}(X = 12) = \text{P}(11,5 \leq U \leq 12,5)$.
- $\text{P}(8 \leq X < 14) = \text{P}(8 \leq X \leq 13) = \text{P}(7,5 \leq U \leq 13,5)$.
- $\text{P}(X > 9) = \text{P}(X \geq 10) = \text{P}(U \geq 9,5)$.

(d) Zij n het aantal keer dat Kirsten en de oude dame bingo spelen ($n = 26$) en zij p de kans dat ze bingo hebben ($p = \frac{1}{9}$).
$\text{E}(U) = n \cdot p = 26 \cdot \frac{1}{9} = 2,889$.
$\text{SD}(U) = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{26 \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{8}{9}} \approx 1,602$.

2 Drop

(a) $\text{E}(Y) = 50 \cdot \text{X} = 50 \cdot 10 = 500$.
$\text{SD}(Y) = \sqrt{50} \cdot 1,5 \approx 10,61$.
Y is normaal verdeeld met een gemiddelde van 500 gram en een standaardafwijking van 8,66 gram.

(b) Een zak wordt afgekeurd als hij meer dan twee keer het standaardgemiddelde afwijkt: $2 \cdot 10,61 = 21,22$. Ofwel als de zak minder dan $750 - 21,22 = 728,78$ gram weegt of meer dan $750 + 21,22 = 771,22$ gram weegt. Er is gegeven dat een dropje precies 15 gram weegt, dan $\frac{728,78}{15} \approx 48,59$ en $\frac{771,22}{15} = 51,41$. Een zak drop wordt dus afgekeurd als hij minder dan 49 dropjes of meer dan 51 dropjes bevat.

(c) We willen de kans berekenen dat een zak meer dan 53 dropjes bevat, dat is gelijk aan $52 \cdot 15 = 780$ gram. Dit geeft
$\text{P}(Y > 780) = 1 - \text{normalcdf}(-10^{99}; 780; 750; 10,61) \approx 0,0013$.

3 Hypothesetoetsen

(a) Zij p de kans dat Luc raadt of de jus d'orange uit een pak komt of vers is. Omdat Merel ervan overtuigd is dat Luc niet kan zeggen wat voor jus d'orange hij drinkt, kiezen we als nulhypothese dat Luc maar iets bluft ofwel $\mathrm{H}_0 : p = \frac{1}{2}$. Als alternatieve hypothese kiezen we dat Luc wel kan zeggen wat voor jus d'orange hij drinkt en dus $\mathrm{H}_1 : p > \frac{1}{2}$.
$12 \cdot \frac{1}{2} = 6$. Dus onder de nulhypothese is de verwachting van X gelijk aan 6 en onder de alternatieve hypothese is de verwachting van X groter dan 6.
Het kritieke gebied kunnen we vinden door de kansen
$\mathrm{P}(X = x) = \binom{12}{x} \cdot (\frac{1}{2})^x \cdot (\frac{1}{2})^{(12-x)} = \binom{12}{x} \cdot (\frac{1}{2})^{12}$ te berekenen. Begin met $X = 6$ en verhoog steeds met 1 totdat de kans kleiner is dan 0,1 (=10%):
$\mathrm{P}(X = 6) \approx 0,226$
$\mathrm{P}(X = 7) \approx 0,193$
$\mathrm{P}(X = 8) \approx 0,121$
$\mathrm{P}(X = 9) \approx 0,054 < 0,1$ dus het kritieke gebied wordt gegeven door $\{9, 10, 11, 12\}$.

(b) Zij p de kans op een 3 en zij H_0 de hypothese dat de dobbelsteen zuiver is, dan $\mathrm{H}_0 : p = \frac{1}{6}$. Dan is H_1 de hypothese dat de dobbelsteen niet zuiver is, ofwel $\mathrm{H}_1 : p \neq \frac{1}{6}$.
$24 \cdot \frac{1}{6} = 4$. Dus onder de nulhypothese is de verwachting van X gelijk aan 4 en onder de alternatieve hypothese is de verwachting van X groter of kleiner dan 4.
Het kritieke gebied kunnen we vinden door de kansen
$\mathrm{P}(X = x) = \binom{24}{x} \cdot (\frac{1}{6})^x \cdot (\frac{5}{6})^{(24-x)}$ te berekenen. Begin met $X = 4$ en verhoog steeds met 1 totdat de kans kleiner is dan 0,05 (=5%):
$\mathrm{P}(X = 4) \approx 0,214$
$\mathrm{P}(X = 5) \approx 0,171$
$\mathrm{P}(X = 6) \approx 0,108$
$\mathrm{P}(X = 7) \approx 0,056$
$\mathrm{P}(X = 8) \approx 0,024 < 0,05$ dus het kritieke gebied bevat de getallen $\{8, ..., 23, 24\}$. Omdat dit echter een tweezijdige toets is moeten we vanaf $X = 4$ ook nog 'omlaag' kijken:
$\mathrm{P}(X = 3) \approx 0,204$
$\mathrm{P}(X = 2) \approx 0,139$
$\mathrm{P}(X = 1) \approx 0,060$
$\mathrm{P}(X = 0) \approx 0,013 < 0,05$ dus het kritieke gebied bevat ook het getal $\{0\}$.
Het volledige kritieke gebied wordt dus gegeven door $\{0, 8, ..., 23, 24\}$.

4 Inzamelactie

Zij X het totaalaantal doppen dat ingezameld is.

(a) We willen de kans berekenen dat Kim gelijk krijgt, gegeven dat Joep gelijk

heeft: $P(X \geq 11.763 \mid \mu = 10.000, \sigma = 1.400)$
$= 1 - \text{normalcdf}(-10^{99}, 11.763, 10.000, 1.400) \approx 0,104.$
De kans dat Joep gelijk heeft maar Kim gelijk krijgt is gelijk aan 0,104.

(b) We willen de kans berekenen dat Joep gelijk krijgt, gegeven dat Kim gelijk heeft: $P(X < 11.763 \mid \mu = 12.500, \sigma = 1.750)$
$= \text{normalcdf}(-10^{99}, 11.763, 12.500, 1.750) \approx 0,337.$
De kans dat Joep gelijk heeft maar Kim gelijk krijgt is gelijk aan 0,337.

(c) Voor Joep: $H_0 : \mu = 10.000$ en $H_1 : \mu > 10.000$. Het kritieke gebied wordt gegeven door alle getallen $> 12.302,80$. Het totaalaantal doppen is 11.763 en dus wordt de nulhypothese van Joep niet verworpen.
Voor Kim: $H_0 : \mu = 12.500$ en $H_1 : \mu < 12.500$. Het kritieke gebied wordt gegeven door alle getallen $< 9621,51$. Het totaalaantal doppen is 11.763 en dus wordt de nulhypothese van Kim ook niet verworpen.

5 Balpen

We hebben de hypotheses $H_0 : \mu = 2700$ en $H_1 : \mu < 2700$ en dus moeten we een eenzijdige toets bekijken. Om nu het aantal N te vinden, maken we gebruik van de grafische rekenmachine;
$\texttt{Y}_1\texttt{=normalcdf(-1E99,2700X,2550X,250}\sqrt{\texttt{X}}\texttt{)}$
$\texttt{Y}_2\texttt{=.94}$
Deze twee functies zijn het equivalent van $P(\overline{X} \leq 2550) = 0,94$. De functie `intersect` geeft dan `X ≈ 6,71`.
Hein heeft dus ongeveer 7 balpennen getest.