

# Wiskunde D Online Oefentoets

## 5VWO - Blok 9 Complexe Getallen

### 1 Cardano

Om oplossingen te vinden voor een vergelijking van de vorm  $x^3 = px + q$ , kunnen we de formule van Cardano gebruiken:

$$x = \sqrt[3]{\frac{1}{2}q + \sqrt{\frac{1}{4}q^2 - \frac{1}{27}p^3}} + \sqrt[3]{\frac{1}{2}q - \sqrt{\frac{1}{4}q^2 - \frac{1}{27}p^3}}.$$

Gegeven is de vergelijking  $x^3 - 9x = -28$ .

- Leid met behulp van de formule van Cardano af dat  $x = -4$  een oplossing is van de vergelijking.
- Geef de andere twee oplossingen van de vergelijking.

### 2 Het complexe vlak

- Teken in het complexe vlak alle getallen  $z$  waarvoor geldt:  
 $\operatorname{Re}(z)^2 + \operatorname{Im}(z)^2 \leq 25$ .
- Gegeven zijn de punten  $a = -4 + 2i$  en  $b = 2 - 3i$ . Bereken en teken de punten  $c = a + b$  en  $d = a \cdot b$ .
- In je tekening kun je zien dat punt  $c$  wel binnen de cirkel van deelvraag (a) ligt en punt  $d$  niet. Gebruik je antwoord bij deelvraag (b) om de lengte van vectoren  $c$  en  $d$  te berekenen en leg uit waarom je hieruit kan concluderen waarom  $c$  wel in binnen de cirkel ligt en  $d$  niet.

### 3 Complexe berekeningen

- Herleid  $\frac{1+2i}{2+3i}$  tot de vorm  $a + b \cdot i$  en schrijf daarna om in poolcoördinaten met  $|z|$  exact en  $\arg(z)$  in twee decimalen achter de komma.  
*Hint:*  $\pi \text{ rad} = 180^\circ$ .
- Een van de oplossingen van  $z^3 = 16 - 16i$  heeft argument  $1\frac{1}{4}\pi$ . Geef deze oplossing.
- Bereken de inverse  $z^{-1}$  van  $z = 4 - 6i$  met behulp van de formule  $\frac{\bar{z}}{|z|^2}$ .
- Bereken  $(1 + i\sqrt{3})^4$  met behulp van de formule van de Moivre.

## 4 Thales

Gegeven is een cirkel met als middelpunt de oorsprong van het complexe vlak. Het linkersnijpunt van de reële as met de cirkel noemen we  $a$  en het rechtersnijpunt noemen we  $b$ . Zij  $c$  een punt op de bovenste helft van de cirkel. Bewijs dat  $\angle acb = 90^\circ$  met behulp van poolcoördinaten.