

# Wiskunde D Online Oefentoets

## 5VWO - Blok 11 Dynamische Modellen

### 1 Differentiaalvergelijking

Gegeven is de differentiaalvergelijking  $\frac{du(t)}{dt} = (4 - u(t))^2$ .

- (a) Laat zien dat  $u^*(t) = \frac{4t+4k-1}{t+k}$  een oplossing is van bovenstaande differentiaalvergelijking, waarbij  $k$  een onbekende constante is.
- (b) Gegeven is dat  $k = 7$ . Bereken de beginwaarde  $u(0)$ .

### 2 Richtingsveld

Gegeven is de differentiaalvergelijking  $\frac{dy}{dx} = 4x^2 - 3y^2$  met hieronder het bijbehorende richtingsveld.

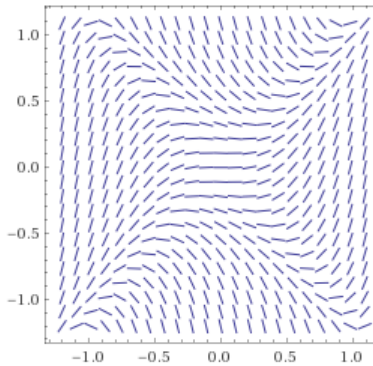


Figure 1: richtingsveld van differentiaalvergelijking  $\frac{dy}{dx} = 4x^2 - 3y^2$

- (a) Geef de vergelijkingen voor de punten waarop de groeisnelheid gelijk is aan 0 en beschrijf wat voor lijnen dit zijn. Klopt dit met de afbeelding van het richtingsveld?
- (b) Bereken de groeisnelheid in het punt (4,5).

### 3 Coördinaten

Gegeven is de differentiaalvergelijking  $\frac{dy}{dx} = ax^2 + by^2$ . Bereken de coördinaten  $(x, y)$  van punten in de oplossingen van de differentiaalvergelijking waarbij de  $y$ -coördinaat  $c$  keer zo groot is dan de  $x$ -coördinaat. Druk de coördinaten  $(x, y)$  uit in  $a, b$  en  $c$ .

### 4 Appeltaart

Oma Mien bakt elke zondag een appeltaart. Als voorbereiding zet ze de oven op  $180^\circ C$  en maakt ze daarna de appeltaart klaar. Op het moment dat de taart de oven in gaat ( $t = 0$ ), heeft hij een kamertemperatuur van  $20^\circ C$ . Bekijk de differentiaalvergelijking  $\frac{dT}{dt} = c \cdot (180 - T)$ .

- (a) Wat beschrijft deze differentiaalvergelijking?
- (b) Bereken constanten  $a$  en  $b$  zodat  $T = a + b \cdot e^{-ct}$  een oplossingfunctie van de differentiaalvergelijking is.
- (c) Druk met de methode van Euler de waarde van  $T$  op  $t = 1$  en  $t = 2$  uit in  $c$ . Neem stapgrootte 1.
- (d) Na 2 minuten heeft de taart een temperatuur van  $35.6^\circ C$ . Bereken de constante  $c$  aan de hand van opgave (c) en laat zien dat dit ongeveer klopt met je gevonden oplossingsfunctie in opgave (b).